第３講　複素数で点を移動

3

［A］ 次の複素数を複素数平面上に図示せよ．

(1) $z_1=2+i$

(2) $z_2=z_1\times i$

(3) $z_3=z_1\times(1+i)$

(4) $z_4={z_1}^2$

(5) $z_5=z_1\times\dfrac{1+\sqrt{3}\,i}{2}$

［B］ O(0)，A$(3+i)$ として，以下の各問いに答えよ．

(1) 3 点 O，A，B がこの順に正三角形の頂点になっているとき，B を表す複素数を求めよ．

(2) 4 点 O，A，P，Q がこの順に正方形の頂点になっているとき，P を表す複素数を求めよ．

©RECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜ Note ＞

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第3講　複素数で点を移動

3　正の実数 a，b に対して $z=a+bi$ とする．
O(0)，A($3-i$)，B(z) が正三角形の頂点となるとき z を求めよ．

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜ Note ＞

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第３講　複素数で点を移動

3

［A］ 次の複素数を複素数平面上に図示せよ．

(1) $z_1=2+i$

(2) $z_2=z_1\times i$

(3) $z_3=z_1\times(1+i)$

(4) $z_4={z_1}^2$

(5) $z_5=z_1\times\dfrac{1+\sqrt{3}\,i}{2}$

［B］ O(0)，A$(3+i)$ として，以下の各問いに答えよ．

(1) ３点 O，A，B がこの順に正三角形の頂点になっているとき，B を表す複素数を求めよ．

(2) ４点 O，A，P，Q がこの順に正方形の頂点になっているとき，P を表す複素数を求めよ．

【答】 ［A］ 略　　［B］ (1) $\dfrac{3-\sqrt{3}+(1+3\sqrt{3})i}{2}$，$\dfrac{3+\sqrt{3}+(1-3\sqrt{3})i}{2}$

(2) $2+4i$，$4-2i$

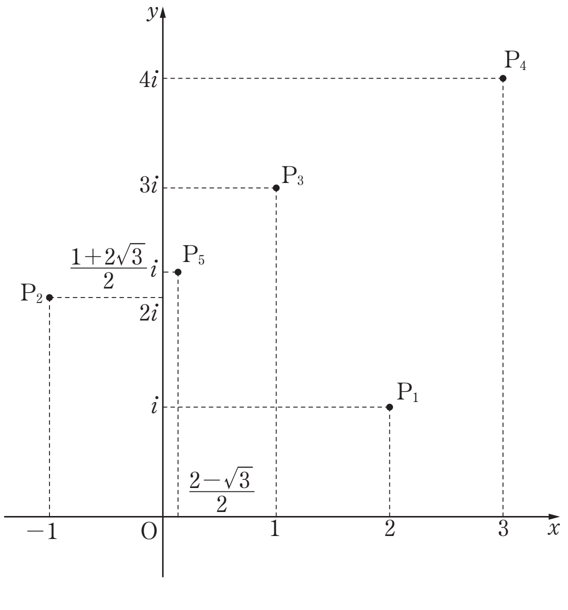
【解説】 ［A］ $\mathrm{P}_i(z_i)$ $(i=1, 2, 3, 4, 5)$ とする．

$z_2=z_1\times i=(2+i)i=2i+i^2=-1+2i$,

$z_3=z_1\times(1+i)=(2+i)(1+i)=2+3i+i^2=1+3i$,

$z_4={z_1}^2=(2+i)^2=4+4i+i^2=3+4i$,

$z_5=z_1\times\dfrac{1+\sqrt{3}\,i}{2}=\dfrac{(2+i)(1+\sqrt{3}\,i)}{2}=\dfrac{2-\sqrt{3}+(1+2\sqrt{3})i}{2}$ より，下図のようになる．



ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

［B］ (1)　求める複素数を z とすると，OA＝OB かつ $\angle \mathrm{AOB}=\dfrac{\pi}{3}$ なので，

$$z=(3+i)\left(\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3}\right)=(3+i)\times\frac{1+\sqrt{3}\,i}{2}=\boldsymbol{\frac{3-\sqrt{3}+(1+3\sqrt{3})i}{2}},$$

または

$$z=(3+i)\left\{\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right)+i\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)\right\}=(3+i)\times\frac{1-\sqrt{3}\,i}{2}=\boldsymbol{\frac{3+\sqrt{3}+(1-3\sqrt{3})i}{2}}$$

(2)　Q(z) とすると，P を表す複素数は $z+(3+i)$ であり，OA＝OQ かつ $\angle \mathrm{AOQ}=\dfrac{\pi}{2}$ なので，

$$z=(3+i)\left(\cos\frac{\pi}{2}+i\sin\frac{\pi}{2}\right)=(3+i)i=-1+3i,$$

または $z=(3+i)\left\{\cos\left(-\dfrac{\pi}{2}\right)+i\sin\left(-\dfrac{\pi}{2}\right)\right\}=(3+i)(-i)=1-3i$

となるので，求める複素数は $z+(3+i)=\boldsymbol{2+4i,\ 4-2i}$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第３講　複素数で点を移動

3　正の実数 a，b に対して $z=a+bi$ とする．
O(0)，A($3-i$)，B(z) が正三角形の頂点となるとき z を求めよ．

【答】 $z=\dfrac{3+\sqrt{3}+(-1+3\sqrt{3})i}{2}$

【解説】 OA＝OB かつ $\angle \mathrm{AOB}=\dfrac{\pi}{3}$ なので，

$$z=(3-i)\left(\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3}\right)=(3-i)\times\frac{1+\sqrt{3}\,i}{2}=\frac{3+\sqrt{3}+(-1+3\sqrt{3})i}{2},$$

または $z=(3-i)\left\{\cos\left(-\dfrac{\pi}{3}\right)+i\sin\left(-\dfrac{\pi}{3}\right)\right\}=(3-i)\times\dfrac{1-\sqrt{3}\,i}{2}=\dfrac{3-\sqrt{3}-(1+3\sqrt{3})i}{2}$

となるが，実部と虚部がともに正なので，求める複素数は $\boldsymbol{z=\dfrac{3+\sqrt{3}+(-1+3\sqrt{3})i}{2}}$

©RECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。